

Roll No.

Y – 284 / Y– 285 / Y– 286

B.A. (Second Year) EXAMINATION, March/April-2021

MATHEMATICS

Paper – I, II, III

**ABSTRACT ALGEBRA/ADVANCED CALCULUS/DIFFERENTIAL
EQUATIONS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

**खण्ड (अ)
(Section A)**

1. (a) सिद्ध कीजिए कि गुणन के सापेक्ष इकाई के घनमूलों (cube roots of unity) का समुच्चय परिमित आबेली समूह है। 6½/8
Prove that the set of cube roots of unity is an abelian finite group with respect to multiplication.
- (b) समूह G के दो उपसमूहों का संघ (union) एक उपसमूह होता है यदि और केवल यदि वे एक-दूसरे में अन्तर्विष्ट (include) हों। 6½/8
The union of two subgroups of a group G is a subgroup if and only if one is contained in the other.
2. (a) यदि G योग के अधीन पूर्णाकों का समूह हो और $G' = G$ और मानलो सभी $x \in G$ के लिए $\phi(x) = 2x$, तब दर्शाइये $\phi : G \rightarrow G'$ एक समाकारिता है। 6½/8½
If G be the group of integers under addition and $G' = G$, and let $\phi : G \rightarrow G'$, defined by
$$\phi(x) = 2x$$
then show that ϕ is a homomorphism.
- (b) समाकारिता की अष्टि एक प्रसामान्य उपसमूह होता है। 6½/8½
Prove that Kernel of homomorphism is a normal subgroup.
3. (a) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $R = \{0, 1, 2, 3, 4\} \pmod{5}$ योग एवम् गुणा के अधीन एक वलय (ring) है। 7/8½
Prove that the set $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ is a ring with respect to addition and multiplication mod 5.

P.T.O.

- (b) सिद्ध कीजिए कि वलय $I/(m)$ का अभिलक्षण (characteristic) m है। 7/8½

Prove that the ring $I/(m)$ has characteristic m .

खण्ड (ब)

(Section B)

4. निम्नलिखित श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए— 13/16

Test the convergence of the following series—

$$\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$$

5. फलन $f(x,y) = x^2y + 3y - 2$ का $(x - 1)$ और $(y + 2)$ घातों में प्रसार कीजिए। 13/17

Expand $f(x,y) = x^2y + 3y - 2$ in powers of $(x-1)$ and $(y+2)$

6. फलन $u = x^2 + y^2 + z^2$ का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए जहाँ $ax + by + cz = p$ दिया है।

14/17

Find the minimum value of the function $u = x^2 + y^2 + z^2$, where $ax + by + cz = p$ is given.

खण्ड (स)

(Section C)

7. अवकल समीकरण $xy'' + y' + xy = 0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए : 13/16

Obtain series solution of the differential equation :

$$xy'' + y' + xy = 0.$$

8. निम्न से a, b, c का विलोपन करके एक आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए : 13/17

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Form a partial differential equation by eliminating a, b, c from :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

9. हल कीजिए : 14/17

$$p + r + s = 1.$$

Solve :

$$p + r + s = 1.$$